Universidad Simón Bolívar
Departamento de Matemáticas
Puras y Aplicadas
Septiembre - Diciembre, 2005

Nombre: ______________________

Carnet: ______________ Sección: _____

MA-1121-DE HONOR — Primer Parcial—

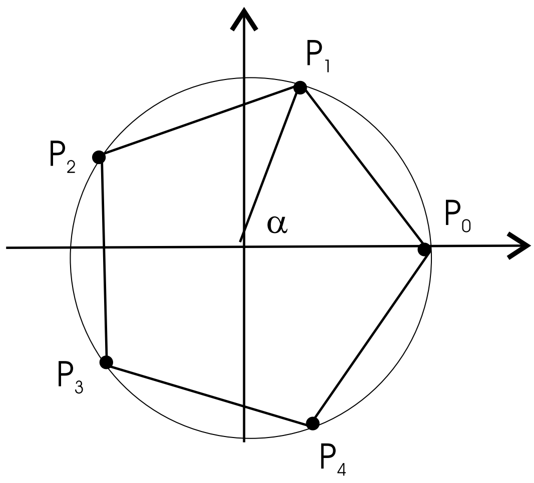
Cada ejercicio vale 10 puntos. Justifique sus afirmaciones.
Se corregirá sobre 4 ejercicios elegidos por usted.

1. Sea ℓ la recta de ecuación $x + y - \sqrt{2} - 2 = 0$ y $P_1 : (1,0),\ P_2 : (1,2)$..
   Encuentre la (o las) ecuaciones de las circunferencias que pasan por P_1 y P_2 y son tangentes a la recta ℓ.
   Sugerencia: Puede usar la fórmula de la distancia de un punto a una recta, para ayudarse.

2. Encuentre un conjunto A de números racionales tal que tenga supremo y tal que

   $$\sup A = \alpha \quad \text{cumpla} \quad \alpha^2 = 2.$$

3. Considere los puntos $P_0 \dots P_4$ de la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$, donde $P_0 = (1,0)$ y donde $P_0 \dots P_4$ son los vértices de un pentágono regular según el dibujo calcule las coordenadas cartesianas de P_1



   Sugerencia: Use que

   $$\cos\alpha + \cos 2\alpha + \cos 3\alpha + \cos 4\alpha + \cos 5\alpha = 0$$

   (sin demostración o con demostración) y observe que algunos términos de esa suma, coinciden con otros.

4. Sea $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 2}{x^2 + x}$.
   Describa el dominio de f. También describa el conjunto $A = \{x | f(x) \geq 0\}$ usando intervalos.

5. Sea $f(x)$ una función definida en algún entorno reducido de x_0. Suponga que en cada entorno reducido de x_0, f toma algún valor positivo y algún valor negativo. Suponga además que $\lim_{x\to x_0} f(x) = L$. Demuestre que $L = 0$.

6. Sea A irracional fijo. Encuentre una condición necesaria y suficiente para que la expresión $\dfrac{a\,A+b}{c\,A+d}$ sea un número racional suponiendo que a, b, c, d son racionales.

7. Sea $f(x) = \dfrac{1}{x-1} + \dfrac{1}{x-2}$

   i) Describa su dominio.

   ii) Demuestre que $f(x)$ es decreciente en $(2, +\infty)$.